

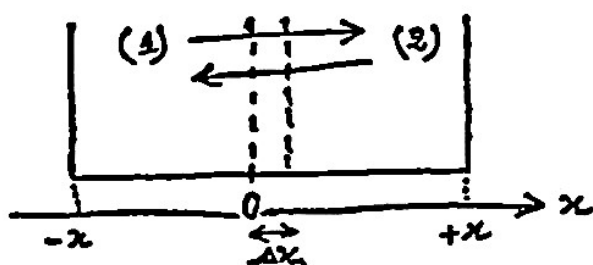
Département de Médecine

Cours de Physique des solutions (05/04/2020)

Enseignant = Nacir GUECHI

4.2. Diffusion des particules neutres

• soient deux compartiments (1) et (2), pris à la même température, de concentrations pondérales respectives $C_{P,1}^{(0)}$ et $C_{P,2}^{(0)}$ et séparés par une membrane poreuse. Si $C_{P,1}^{(0)} > C_{P,2}^{(0)}$, le soluté diffuse de (1) vers (2), jusqu'à égalité de concentrations. Le soluté diffuse de (2) vers (1).



(1) : à $t=0$
0 : origine $x=0$
 Δx : épaisseur de la membrane.
→ sens de diff. (1) vers (2).
← " " " (2) vers (1).

• Le débit massique du soluté diffusant de (1) vers (2) est donné par la 1^{ère} loi de Fick :

$$\left(\frac{dm}{dt}\right) = -D \cdot S \cdot \frac{\partial C_p}{\partial x} \quad \text{avec: } \begin{cases} D = \text{coefficient de diffusion.} \\ S = \text{surface utile de la membrane.} \end{cases}$$

• Unités Dans le système cgs : $\left(\frac{dm}{dt}\right)$ en g/s ; S en cm^2 .

D en cm^2/s ; C_p en g/cm^3 ; x en cm .

• $\left(\frac{\partial C_p}{\partial x}\right)$ représente un gradient de concentration pondérale ; en $\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^4}\right)$

* le flux net massique, par définition égal au débit massique.

$$\text{par unité de surface : } \phi_p = -D \frac{\partial C_p}{\partial x} = \frac{(dm/dt)}{S}$$

Si $\Delta x = h$ représente l'épaisseur de la membrane, le débit

$$\text{massique initiale est : } \left(\frac{dm}{dt}\right)_0 = -D \cdot S \cdot \frac{C_{P,2}^{(0)} - C_{P,1}^{(0)}}{\Delta x}$$

• Expressions molaires :

$$\text{on a } \begin{cases} m = n \cdot M \\ C_p = M \cdot c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dm = M \cdot dn \\ \partial C_p = M \cdot \partial c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{le débit molaire est : } \left(\frac{dn}{dt}\right) = -D \cdot S \cdot \frac{\partial c}{\partial x}$$

avec: $\left(\frac{dn}{dt}\right)$ en moles/s ; D en cm^2/s ; S en cm^2 ; $\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)$ en $\frac{\text{moles}}{\text{cm}^3}$

\Rightarrow Le débit molaire initial :

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_0 = -D \cdot S \frac{C_2^{(0)} - C_1^{(0)}}{\Delta x}$$

\Rightarrow le flux net molaire = $\phi = -D \frac{\partial C}{\partial x}$ (1^{ère} loi de Fick)

• $\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)$ $\hat{=}$ représente un gradient de concentration molaire.

\Rightarrow La 2^{ème} loi de Fick s'obtient à partir de l'équation de

continuité en physique = $\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$

donc =

$$\phi = -D \frac{\partial C}{\partial x} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}} \quad (\text{représente la 2^{ème} loi de Fick})$$

• C'est une équation de seconde ordre aux dérivées partielles, sa résolution permet de connaître les profils de concentrations en fonction de x et t .

* Coeff. de diffusion $D = ?$

il est donné par la relation d'Einstein :

$$\boxed{D = \frac{k_B T}{f} = \frac{R T}{N_A \cdot f}}$$

k_B = cte de Boltzmann ; T = température.

f = Coeff. de friction ; R = cte. des gaz parfaits

N_A = nombre d'Avogadro.

• si la particule diffusante est sphérique et de diamètre nettement

supérieur à celui du solvant : $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} = \frac{R T}{6\pi\eta r N_A}$

avec : $f = 6\pi\eta r$ (relation de Stokes).

η = viscosité, r = rayon de la particule.

• Pour des macromolécules à Temp. ordinaire : $D = 3,21 \times 10^{-5} \frac{1}{\sqrt{M}}$

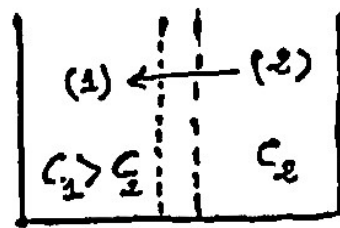
M = masse molaire de la substance diffusante

• si la particule diffusante a un diamètre du même ordre de

grandeur que celui du solvant : $D = \text{cte.} \frac{1}{\sqrt{M}}$

4.3. Diffusion du solvant (Osmose)

- Considérons deux compartiments (1) et (2) pris à la même Temp. et contenant des solutions de concentrations c_1 et c_2 ($c_1 > c_2$).



- Les 2 compartiments sont séparés par une membrane semi-perméable parfaite (ne laisse passer que l'eau H_2O) \Rightarrow l'eau va diffuser du milieu le moins concentré (2) vers le milieu le plus concentré (1).
- Le compartiment (2) exerce une pression hydrostatique sur (1); et à l'équilibre la résultante de toutes les pressions exercées sur la membrane étant nulle \Rightarrow on dit que (1) exerce sur (2) une pression osmotique (ou contre pression hydrostatique).
- La pression osmotique d'une solution opposée à son solvant par l'intermédiaire d'une membrane semi-perméable parfaite est mesurée par la pression mécanique qu'il faut exercer sur cette solution pour empêcher le solvant de diffuser vers la solution.
- Pour une solution diluée (\approx gaz parfait) opposée à son solvant Pfeffer établit la loi empirique : $\boxed{\pi = R \cdot T \cdot \omega}$
 π = pression osmotique ; R = cte des gaz parfaits, T = Température ;
 ω = osmolarité.

- Travail osmotique = par définition et $dW = -\pi dV$
où dV = variation de volume.

$$\pi = RT\omega = \frac{n}{V} \cdot RT \quad \text{et } n = \text{nombre d'osmoles.}$$

$$\begin{aligned} \Delta W &= - \int_{V_1}^{V_2} n RT \frac{dV}{V} = n RT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \quad (\text{à } T = cte) \\ &= n RT \cdot \ln \left(\frac{\pi_2}{\pi_1} \right) = n RT \ln \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = n RT \ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right). \end{aligned}$$